

CAREER POINT
MOCK TEST PAPER
RAJSTHAN BOARD OF
SENIOR SECONDARY EXAMINATION

नामांक	Roll No.																
<table border="1" style="display: inline-table; border-collapse: collapse;"><tr><td style="width: 20px; height: 20px;"></td><td style="width: 20px; height: 20px;"></td><td style="width: 20px; height: 20px;"></td><td style="width: 20px; height: 20px;"></td><td style="width: 20px; height: 20px;"></td><td style="width: 20px; height: 20px;"></td><td style="width: 20px; height: 20px;"></td><td style="width: 20px; height: 20px;"></td></tr></table>									<table border="1" style="display: inline-table; border-collapse: collapse;"><tr><td style="width: 20px; height: 20px;"></td><td style="width: 20px; height: 20px;"></td><td style="width: 20px; height: 20px;"></td><td style="width: 20px; height: 20px;"></td><td style="width: 20px; height: 20px;"></td><td style="width: 20px; height: 20px;"></td><td style="width: 20px; height: 20px;"></td><td style="width: 20px; height: 20px;"></td></tr></table>								

No. of Questions – 30
No. of Printed Pages - 8

MATHEMATICS
गणित

समय : 3¼ घण्टें

पूर्णांक : 80

GENERAL INSTRUCTIONS TO THE EXAMINEES :

परीक्षार्थियों के लिए सामान्य निर्देश :

1. Candidate must write his / her Roll No. first on the question paper compulsorily.
परीक्षार्थी सर्वप्रथम अपने प्रश्न पत्र पर नामांक अनिवार्यतः लिखें।
2. All the questions are compulsory.
सभी प्रश्न हल करने अनिवार्य हैं।
3. Write the answer to each question in the given answer-book only.
प्रत्येक प्रश्न का उत्तर दी गई उत्तर-पुस्तिका में ही लिखें।
4. For questions having more than one part, the answers to those parts are to be written together in continuity.
जिन प्रश्नों में आन्तरिक खण्ड हैं, उन सभी के उत्तर एक साथ ही लिखें।

5. If there is any error / difference / contradiction in Hindi & English versions of the question paper, the question of Hindi version should be treated valid.

प्रश्न पत्र के हिन्दी व अंग्रेजी रूपान्तर में किसी प्रकार की त्रुटि / अन्तर / विरोधाभास होने पर हिन्दी भाषा के प्रश्न को ही सही मानें।

6.	Section	Q. Nos.	Marks per questions
	A	1 – 10	1
	B	11 – 25	3
	C	26 – 30	5
	खण्ड	प्रश्न संख्या	अंक प्रत्येक प्रश्न
	अ	1 – 10	1
	ब	11– 25	3
	स	26 – 30	5

7. There are internal choices in Q. Nos. 11 to 13, 23, 26 and 29.

प्रश्न संख्या 11 से 13 और 23, 26, 29 में आन्तरिक विकल्प हैं।

8. There is no overall choice. However Internal choice has been provided in 4 questions of three marks each and 2 questions of five marks each. You have to attempt only one of the alternatives in all such questions.

पूर्ण प्रश्न-पत्र में विकल्प नहीं है, फिर भी तीन अंकों वाले 4 प्रश्नों में तथा पाँच अंकों वाले 2 प्रश्नों में आंतरिक विकल्प हैं, ऐसे सभी प्रश्नों में से आपको एक ही विकल्प करना है।

खण्ड - अ
SECTION – A

Q.1 Find the principal value of $\tan^{-1} \sqrt{3} - \sec^{-1}(-2)$.

$\tan^{-1} \sqrt{3} - \sec^{-1}(-2)$ का मुख्य मान ज्ञात कीजिए।

Q.2 Find the value of $x + y$ from the following equation :

$$2 \begin{bmatrix} x & 5 \\ 7 & y-3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 6 \\ 15 & 14 \end{bmatrix}$$

निम्न समीकरण से $x + y$ का मान ज्ञात कीजिए :

$$2 \begin{bmatrix} x & 5 \\ 7 & y-3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 6 \\ 15 & 14 \end{bmatrix}$$

Q.3 Let A be a square matrix of order 3×3 . Write the value of $|2A|$, where $|A| = 4$.

माना A क्रम 3×3 का वर्ग मैट्रिक्स है, तो $|2A|$ का मान लिखिए, जहाँ $|A| = 4$

Q.4 Given $\int e^x (\tan x + 1) \sec x \, dx = e^x f(x) + c$.

दिया है, $\int e^x (\tan x + 1) \sec x \, dx = e^x f(x) + c$.

Q.5 Write the value of $(\hat{i} \times \hat{j}) \cdot \hat{k} + \hat{i} \cdot \hat{j}$

$(\hat{i} \times \hat{j}) \cdot \hat{k} + \hat{i} \cdot \hat{j}$ का मान लिखिए।

Q.6 Find the distance of the plane $3x - 4y + 12z = 3$ from the origin.

समतल $3x - 4y + 12z = 3$ की मूल बिन्दु से दूरी ज्ञात कीजिए।

Q.7 Evaluate $\int (1-x)\sqrt{x} \, dx$

$\int (1-x)\sqrt{x} \, dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

Q.8 Find $\vec{a} \times \vec{b}$, if $\vec{a} = 2\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$ and $\vec{b} = 3\hat{i} + 5\hat{j} - 2\hat{k}$.

यदि $\vec{a} = 2\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$ और $\vec{b} = 3\hat{i} + 5\hat{j} - 2\hat{k}$, तो $\vec{a} \times \vec{b}$ ज्ञात कीजिए।

Q.9 Show the feasible region under the following constraints : $3x + 4y \leq 24, x \geq 0, y \geq 0$

निम्न ब्यवरोधों $3x + 4y \leq 24, x \geq 0, y \geq 0$ का सुसंगत क्षेत्र दर्शाइये।

Q.10 Two cards are drawn at random and without replacement from a pack of 52 playing cards. Find the probability that both the cards are black.

52 पत्तों की एक गड्डी में से यादच्छया बिना प्रतिस्थापित किये गये दो पत्ते निकाले गए। दोनों पत्तों के काले रंग का होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

खण्ड - ब
SECTION – B

Q.11 If $x = \sqrt{a^{\sin^{-1}t}}$, $y = \sqrt{a^{\cos^{-1}t}}$, show that $\frac{dy}{dx} = -\frac{y}{x}$.

OR

Differentiate $\tan^{-1} \left[\frac{\sqrt{1+x^2}-1}{x} \right]$ with respect to x .

यदि $x = \sqrt{a^{\sin^{-1}t}}$, $y = \sqrt{a^{\cos^{-1}t}}$ है, तो प्रदर्शित कीजिए $\frac{dy}{dx} = -\frac{y}{x}$.

अथवा

$\tan^{-1} \left[\frac{\sqrt{1+x^2}-1}{x} \right]$ का x के सापेक्ष अवकलन कीजिए।

Q.12 Evaluate : $\int_{-1}^2 |x^3 - x| dx$

OR

Evaluate : $\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx$

$\int_{-1}^2 |x^3 - x| dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

अथवा

$\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

Q.13 If $F(x) = \begin{bmatrix} \cos x & -\sin x & 0 \\ \sin x & \cos x & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, then prove that $F(x) \cdot F(y) = F(x+y)$.

OR

By using elementary operations, find the inverse of the matrix $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 5 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$.

यदि $F(x) = \begin{bmatrix} \cos x & -\sin x & 0 \\ \sin x & \cos x & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ है, तो सिद्ध कीजिए कि $F(x) \cdot F(y) = F(x+y)$.

अथवा

प्रारंभिक रूपान्तरण के प्रयोग द्वारा आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 5 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ का व्युत्क्रम ज्ञात कीजिए।

Q.14 Solve the following differential equation : $(1+x^2)dy + 2xy dx = \cot x dx ; x \neq 0$.

निम्न अवकल समीकरण को हल कीजिए : $(1+x^2)dy + 2xy dx = \cot x dx ; x \neq 0$.

Q.15 Find the area of the region enclosed by the parabola $x^2 = y$, the line $y = x + 2$ and the x-axis.

परवलय $x^2 = y$, रेखा $y = x + 2$ एवं x-अक्ष से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Q.16 Given two independent events A and B such that $P(A) = 0.3$, $P(B) = 0.6$.

Find (i) $P(A \text{ and } B)$, (ii) $P(A \text{ and not } B)$.

A और B दो स्वतंत्र घटनाएँ दी गई हैं, जहाँ $P(A) = 0.3$, $P(B) = 0.6$ तो (i) $P(A \text{ और } B)$, (ii) $P(A \text{ और } B \text{ नहीं})$ का मान ज्ञात कीजिए।

Q.17 Find the value of k so that the function is continuous at the point $x = 5$.

$$f(x) = \begin{cases} kx + 1, & \text{if } x \leq 5 \\ 3x - 5, & \text{if } x > 5 \end{cases}$$

k का मान ज्ञात कीजिए ताकि प्रदत्त फलन $x = 5$ पर सतत् हो,

$$f(x) = \begin{cases} kx + 1, & \text{यदि } x \leq 5 \\ 3x - 5, & \text{यदि } x > 5 \end{cases}$$

Q.18 Evaluate $\int \frac{dx}{\sqrt{7-6x-x^2}}$.

$\int \frac{dx}{\sqrt{7-6x-x^2}}$ ज्ञात कीजिए।

Q.19 An edge of a variable cube is increasing at the rate of 3 cm/second. How fast is the volume of the cube increasing when the edge is 10 cm long?

एक परिवर्तनशील घन का किनारा 3 सेमी/सेकण्ड की दर से बढ़ रहा है। घन का आयतन किस दर से बढ़ रहा है जबकि किनारा 10 सेमी लम्बा है?

Q.20 Find the equations of the tangent and normal to the parabola $y^2 = 4ax$ at the point $(at^2, 2at)$.

परवलय $y^2 = 4ax$ के बिन्दु $(at^2, 2at)$ पर स्पर्श रेखा और अभिलम्ब के समीकरण ज्ञात कीजिए।

Q.21 Evaluate : $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin x}{1+\cos^2 x} dx$.

$\int_0^{\pi/2} \frac{\sin x}{1+\cos^2 x} dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

Q.22 Find the area of the region bounded by the ellipse $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$.

दीर्घवत्त $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Q.23 Minimize $Z = 3x + 5y$

subject to the constraints

$$x + 3y \geq 3$$

$$x + y \geq 2$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

OR

An aeroplane can carry a maximum of 200 passengers. A profit of Rs. 400 is made on each first class ticket and a profit of Rs. 600 is made on each economy class ticket. The airline reserves at least 20 seats for first class. However, at least 4 times as many passengers prefer to travel by economy class than by the first class. Formulate the linear programming problem to maximize the profit of the airline.

निम्नलिखित व्यवरोधों के अन्तर्गत $Z = 3x + 5y$ का न्यूनतमीकरण कीजिए :

$$x + 3y \geq 3$$

$$x + y \geq 2$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

अथवा

एक हवाई जहाज अधिकतम 200 यात्रियों को यात्रा करा सकता है। प्रत्येक प्रथम श्रेणी के टिकट पर 400 रु. और सस्ती श्रेणी के टिकट पर 600 रु. का लाभ कमाया जा सकता है। एयरलाइन कम से कम 20 सीटें प्रथम श्रेणी के लिए आरक्षित करती है। तथापि प्रथम श्रेणी की अपेक्षा कम से कम 4 गुने यात्री सस्ती श्रेणी के टिकट से यात्रा करने को वरीयता देते हैं। एयरलाइन के अधिकतम लाभ के लिए रैखिक प्रोग्रामन समस्या का निरूपण कीजिए।

Q.24 If a fair coin is tossed 10 times, find the probability of exactly four heads.

यदि एक निष्पक्षपाती सिक्के को 10 बार उछाला गया तो ठीक चार चित आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

Q.25 If $\vec{a} = 2\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$, $\vec{b} = -\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ and $\vec{c} = 3\hat{i} + \hat{j}$ are such that $\vec{a} + \lambda\vec{b}$ is perpendicular to \vec{c} , then find the value of λ .

यदि $\vec{a} = 2\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$, $\vec{b} = -\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ और $\vec{c} = 3\hat{i} + \hat{j}$ इस प्रकार हैं कि $\vec{a} + \lambda\vec{b}$, \vec{c} पर लम्ब है, तो λ का मान ज्ञात कीजिए।

खण्ड - स

SECTION – C

Q.26 Prove that
$$\begin{vmatrix} x & x^2 & 1+px^3 \\ y & y^2 & 1+py^3 \\ z & z^2 & 1+pz^3 \end{vmatrix} = (1+pxyz)(x-y)(y-z)(z-x).$$

OR

Solve the following system of equations by matrix method :

$$3x - 2y + 3z = 8$$

$$2x + y - z = 1$$

$$4x - 3y + 2z = 4$$

सिद्ध कीजिए कि
$$\begin{vmatrix} x & x^2 & 1+px^3 \\ y & y^2 & 1+py^3 \\ z & z^2 & 1+pz^3 \end{vmatrix} = (1+pxyz)(x-y)(y-z)(z-x).$$

अथवा

निम्नलिखित समीकरण निकाय

$$3x - 2y + 3z = 8$$

$$2x + y - z = 1$$

$$4x - 3y + 2z = 4$$

को आव्यूह विधि से हल कीजिए।

Q.27 Evaluate : $\int \frac{x \sin^{-1} x}{\sqrt{1-x^2}} dx$

$\int \frac{x \sin^{-1} x}{\sqrt{1-x^2}} dx$ का मान ज्ञात कीजिए :

Q.28 Find the equation of the plane through the intersection of the planes $3x - y + 2z - 4 = 0$ and $x + y + z - 2 = 0$ and the point $(2, 2, 1)$.

उस समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए जो समतलों $3x - y + 2z - 4 = 0$ और $x + y + z - 2 = 0$ के प्रतिच्छेदन तथा बिन्दु $(2, 2, 1)$ से होकर जाता है।

Q.29 Solve the differential equation $x \frac{dy}{dx} - y + x \sin \frac{y}{x} = 0$.

OR

Solve the differential equation $y dx - (x + 2y^2) dy = 0$.

अवकल समीकरण $x \frac{dy}{dx} - y + x \sin \frac{y}{x} = 0$ को हल कीजिए।

अथवा

अवकल समीकरण $y dx - (x + 2y^2) dy = 0$ को हल कीजिए।

Q.30 Evaluate : $\int_0^4 |x-1| dx$

$\int_0^4 |x-1| dx$ का मान ज्ञात कीजिए।